№ 63.1

Какие из следующих числовых множеств образуют кольцо относительно обычных операций сложения и умножения:

Множество рациональных чисел, в несократимой записи которых знаменатели делят фиксированное число n∈N.

№ 63.2

Какие из указанных множеств матриц образуют кольцо относительно матричного сложения и умножения:

Множество матриц вида ?

Где D – фиксированное целое число

 х,у ∈Z.

№ 63.3

Какие из следующих множеств функций образуют кольцо относительно обычных операций сложения и умножения функций:

Множество функций вещественного переменного, обращающихся в 0 на некотором подмножестве D⊆R.

№ 63.6

Доказать изоморфизм колец: множество комплексных чисел вида , где D – фиксированное целое число, свободное от квадратов, (не делящееся на квадрат простого числа) х, у – целые числа одинаковой четности; множество комплексных матриц вида

№ 63.11

Найти все обратные элементы, все делители нуля и все нильпотентные элементы в кольцах M2

№ 63.13

Пусть R – конечное кольцо. Доказать, что если R имеет единицу, то каждый его элемент , имеющий односторонний обратный, обратим

№ 63.15

Пусть R – кольцо с единицей, x, y ∈ R. Доказать, что: если произведения xy и yx обратимы, то элементы у и х также обратимы.

№ 63.31

Доказать, что в кольце всех функций на отрезке делителями нуля являются функции, принимающие нулевое значение, и только они.

№ 1744

Квадратная матрица называется скалярной, если ее элементы на главной диагонали равны между собой, а вне главной диагонали – равны нулю. Показать, что скалярные матрицы – порядка n с действительными элементами, при обычных операциях образуют поле, изоморфное полю действительных чисел.

№ 1745

Показать, что матрицы вида , где a и b – действительные числа, образуют поле, изоморфное полю комплексных чисел.

№ 1746

Доказать, что поле матриц вида c рациональными a, b изоморфно полю чисел вида a+b , где a, b - рациональны.

№ 1781

Будут ли следующие множества подгруппами аддитивной группы, подкольцами или идеалами указанных колец:

Множество Z целых чисел в кольце A целых гауссовых числе, т.е чисел вида a+b*i* , где a, b – целые рациональные.

№ 1792

Пусть А – кольцо целых гауссовых чисел, I – множество всех чисел вида a+bi c четными

a и b. Показать:

а) что I – идеал A;

б) найти смежные классы A и I;

в) в фактор-кольце A/I найти делители нуля и показать этим, что A/I не является полем.

№ 1792

Пусть А – кольцо целых гауссовых чисел, I – множество всех чисел вида a+bi c четными

a и b. Показать:

а) что I – идеал A;

б) найти смежные классы A и I;

в) в фактор-кольце A/I найти делители нуля и показать этим, что A/I не является полем.

№ 9.36

Докажите, что в произвольном кольце А идеалом является множество (a)= aA =

№ 9.48

Доказать, что множество является идеалом кольца Z, найти образующие идеала:

№ 9.55

Пусть А – евклидовое кольцо. Доказать, что а ≠ 0 *ea следовательно* ϕ(a) ≥ ϕ(e)

№ 9.67

Пусть А = | a, b ∈, J = |a, b ∈ Описать класс вычетов по модулю J.

№ 9.68

Пусть А = |a, b ∈, J= Описать классы вычетов по модулю J.

№ 9.70

Пусть А = {  |a, b . Доказать, что отображение : A : = a-b – гомоморфизм.

Указать его ядро.

№ 9.71

Пусть F – кольцо всех непрерывных функций на отрезке . Доказать, что отображение ) – гомоморфизм. Указать ядро.